Université Abdelmalek Essâadi
Faculté des Sciences
Département de Physique
Tétouan

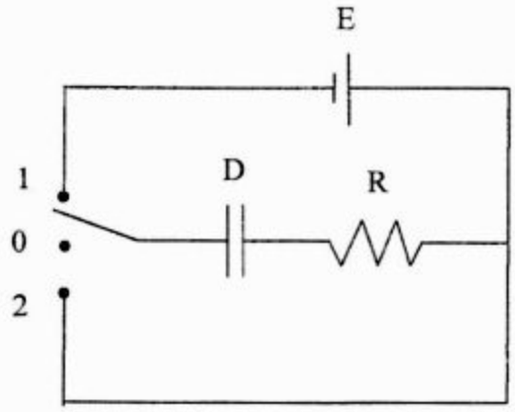
Année : 2008/2009
SMA-SMI

TD d'Eléctricité
Série n° 6

Exercice :

On considère le circuit de la figure 1. Le condensateur C étant initialement non chargé.

Figure 1



1- A l'instant t=0, on place l'interrupteur sur la position 1 ; on charge ainsi le condensateur pendant un temps t.

a- Etablir en fonction du temps, la loi d'évolution q(t) de la charge du condensateur. Tracer la courbe q(t).

b- Calculer le temps t_1 au bout duquel la charge q atteint sa valeur finale à 1 $^0/_{00}$ près.

C- Donner l'expression de l'intensité i (t) du courant, et représenter ses variations.

2- A un instant $t_2 > t_1$ on déplace l'interrupteur sur la position 2 ; on décharge ainsi le condensateur dans la résistance R.

a- Quelles sont les lois de variation de la charge q(t) et du courant i (t).

b- Tracer les courbes q(t) et i(t) depuis l'instant $t=t_2$.

Correction :

1- Charge du condensateur

L'interrupteur sur la position 1

a- Loi d'évolution q(t) de la charge du condensateur

A l'instant t la d.d.p. V aux bornes de C est liée à la charge q par l'égalité : $q = CV$

La loi d'Ohm généralisée s'écrit à l'instant t :

$$E = Ri + V = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

Donc :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

ETUSUP .com

C'est une équation différentielle du premier ordre avec second membre. La solution d'une telle équation est la somme de deux solutions, une solution particulière q=CE une solution générale sans second membre : $q = A\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$

Soit

$$q(t) = A\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + CE$$

où A est une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales :
à t=0 , q=0 d'où A=-CE

Soit $$q(t) = CE\left(1 - \exp(-\frac{t}{RC})\right)$$

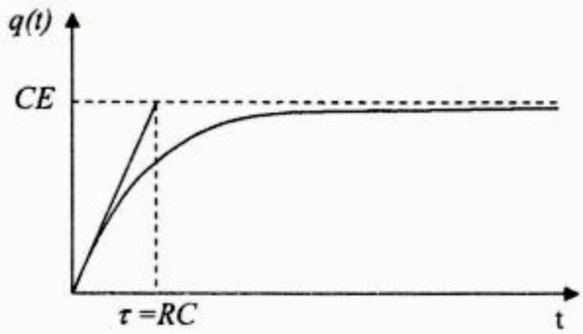
. Représentation graphique de q(t)

Lorsque t=0 , q=0.

Lorsque $t \to \infty,\ q \to CE$. La courbe représentative admet pour asymptote la droite d'équation : q=CE.

L'équation de la droite passant par l'origine et tangente à la courbe est donnée par :

$$q = \frac{CE}{CR}t = \frac{E}{R}t$$



Remarque : La constante $\tau = RC$, homogène à un temps, est la constante de temps du circuit. C'est l'abscisse du point d'intersection de la tangente en 0 à la courbe q(t) avec l'asymptote CE.

b- Le temps t_1 au bout duquel la charge q atteint sa valeur maximale (q=CE) à 1 ‰ près est déterminée à partir de l'équation :

$$\frac{999}{1000}CE = CE(1 - \exp(-\frac{t_1}{RC}))$$

(1 ‰ près de la valeur maximale est équivalent à $\frac{999}{1000}$ de la valeur CE)

Soit $$\exp\left(-\frac{t_1}{RC}\right) = \frac{1}{1000}$$

D'où $$t_1 = \frac{3RC}{\log e} = 6{,}9RC$$

La constante $\tau = RC$ indique la rapidité avec laquelle le condensateur se charge.

c- Loi d'évolution de l'intensité i(t)

A l'instant t, l'intensité du courant dans le circuit est donnée par :

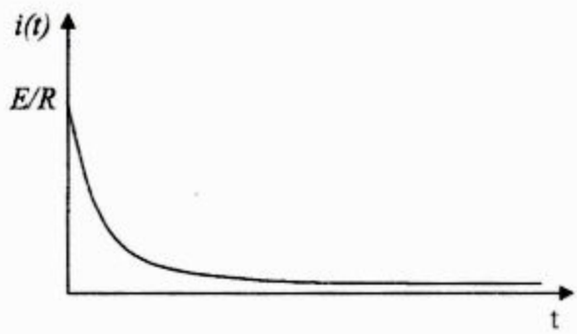
$$i = \frac{dq}{dt}$$

Soit $$i(t) = \frac{E}{R}\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

. Représentation graphique de i(t)

Lorsque t=0, i = CE

Lorsque $t \to \infty, i \to 0$. La valeur minimale i=0 est atteinte asymptotiquement.



ETUSUP .com

0.5

2-Décharge du condensateur

A l'instant $t_2 > t_1$ on déplace l'interrupteur sur la position 2 . La charge du condensateur a la valeur :

$$q(t) = CE(1 - \exp(-\frac{t_2}{RC}))$$

A un instant t, la loi généralisée d'Ohm s'écrit :

$$V - Ri = 0 \qquad \text{avec} \qquad V = \frac{q}{C} \quad et \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

(le signe '-' dans l'expression de i vient du fait que la quantité dq est négative « le condensateur se décharge »

Il vient : $$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

C'est équation différentielle qui régit l'évolution de la charge q du condensateur C. Sa solution est de la forme

$$q(t) = B\exp(-\frac{t}{RC})$$

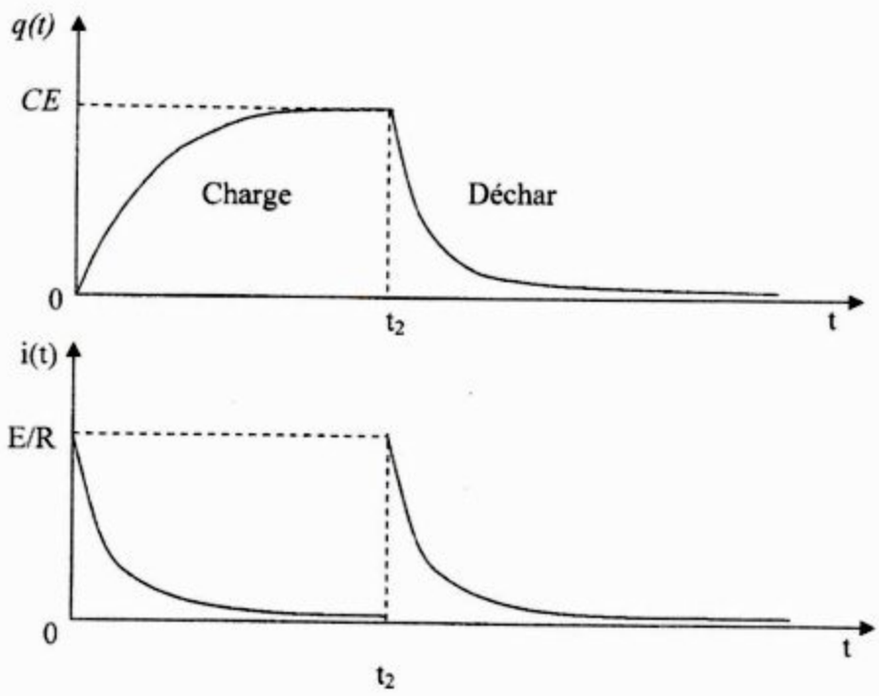
où t est compté à partir de l'instant t_2 , et B une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales.

$$q(t_2) = B = CE(1 - \exp(-\frac{t_2}{RC}))$$

soit $$q(t\ ) = CE(1 - \exp(-\frac{t_2}{RC}))\exp(-\frac{t}{RC})$$

et $$i(t) = \frac{E}{R}(1 - \exp(-\frac{t_2}{RC}))\exp(-\frac{t}{RC})$$

. Représentation graphique de q (t) et de i(t)



ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..